

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR  
DIRECCIÓN GENERAL ACADÉMICA

REFORMA CURRICULAR  
BACHILLERATO GENERAL ESTATAL  
PLAN DE ESTUDIOS 2006

COMPONENTE DE FORMACIÓN  
PROPEDÉUTICA

MODELOS MATEMÁTICOS  
Programas de estudio de 6° semestre



**LUIS MALDONADO VENEGAS**

Secretario de Educación Pública del Estado de Puebla

**JORGE B. CRUZ BERMÚDEZ**

Subsecretario de Educación Media Superior

**JOSÉ LUIS BALMASEDA BECERRA**

Director General Académico

**GISELA DUEÑAS FERNÁNDEZ, MARÍA EDITH BÁEZ REYES, BEATRIZ PIMENTEL LÓPEZ, SARAHÍ GAXIOLA JARQUÍN, OSVALDO CUAUTLE REYES, MARÍA DE LOS ÁNGELES ALEJANDRA BADILLO MÁRQUEZ, LUIS RENATO LEÓN GARCÍA, MARCOS JARA MARTINEZ, EMILIO MIGUEL SOTO GARCÍA, MARÍA ISABEL REYES OSORIO, ADRIANA ALVAREZ CÓRDOVA, JUAN MANUEL GARCÍA ZARATE.**

Coordinación del Proyecto: Colegiado Académico

**PROGRAMA DE ESTUDIOS**  
**Modelos Matemáticos**

**Equipo de Diseño Curricular**

María Angélica Álvarez Ramos, Vivaldo Cuesta Sánchez, Miguel Ángel Espidio Juárez, Margarita Hernández González, José Luis Lecona Hernández, Sotero Martínez Juárez, Alma Patricia Ramírez Trinidad, Gilberto Santiago del Ángel

**Revisión Metodológica**

María Angélica Álvarez Ramos, Gerardo Ángel Chilaca, Verónica Ángel Chilaca, Faustino Javier Cortés López, Margarita Concepción Flores Wong, Jorge Fernando Flores Serrano, Juan Manuel García Zárate, Genaro Juárez Balderas, Sotero Martínez Juárez, María Teresa Notario González, Irma Ivonne Ruiz Jiménez, Juan Jesús Vargas Figueroa, Emilia Vázquez Pacheco

**Estilo**

Leonardo Mauricio Ávila Vázquez, Alejandro Enrique Ortiz Méndez, Cristina Herrera Osorio, Concepción Torres Rojas, Rafael Carrasco Pedraza

**Formato**

Oswaldo Cuautle Reyes, Liliana Sánchez Tobón, Emilio Miguel Soto García.



<b>PROGRAMA ACADÉMICO:</b>	MODELOS MATEMÁTICOS
<b>SEMESTRE:</b>	SEXTO
<b>CAMPO DISCIPLINAR:</b>	MATEMÁTICAS
<b>COMPONENTE DE FORMACIÓN:</b>	PROPEDÉUTICA
<b>NÚMERO DE HORAS:</b>	48
<b>CRÉDITOS:</b>	6

## IMPORTANCIA DEL CURSO

Un modelo matemático se considera como la descripción de un hecho o fenómeno del mundo real, desde el tamaño de la población, hasta fenómenos físicos como la velocidad, aceleración o densidad, mediante el cual se pretende entender ampliamente el fenómeno y tal vez predecir su comportamiento en el futuro.

Por tal motivo esta asignatura se enfoca a la construcción de modelos que describan dichos fenómenos y para ello se apoya en expresiones algebraicas y ecuaciones; en Geometría y Trigonometría con triángulos; de Geometría Analítica y Funciones con el temario de funciones; en Cálculo con los temas de límite, derivadas, máximos y mínimos; en Estadística con el tema de estadística descriptiva e inferencial y en Cálculo Integral con el tema de métodos de integración.

Interdisciplinariamente se relaciona con las asignaturas del semestre en curso al proporcionarles el modelo matemático que señala el comportamiento global que afecta a todo ser vivo como : en Ecología y Desarrollo Sustentable resaltando las alteraciones que sufre el medio ambiente y que repercuten negativamente en el desarrollo biológico y social del hombre, Literatura propiciará la lectura para obtener información sobre fenómenos meteorológicos inusuales cuya manifestación motivan el cambio de conciencia, con México en el Contexto Universal ya que a partir de ella se pueden establecer metas que tienden a mejorar la economía, salud, medio ambiente, producción y sociedad, respecto a Biología II, le brinda la medida de los parámetros que alteran los ecosistemas, la genética de cada ser vivo y su repercusión en el entorno inmediato, a Formación Propedéutica le va a dar las bases necesarias para que fortalezca su proyecto de vida y en Formación para el trabajo influye en el proceso de estudio de las áreas laborales.

Así mismo contribuye a que el alumno sea cooperativo, tolerante, solidario, analítico, se informe y sea responsable, ya que lo involucra en la participación, análisis de problemas para que le permita proponer soluciones, al tiempo que favorecerá a su desarrollo humano, fomentando relaciones interpersonales. Con ello se beneficia el despliegue de las competencias genéricas de manera significativa, al realizar trabajos e investigaciones en equipo, al proponer distintas formas de solución, mismas que expresará a través de gráficas o símbolos matemáticos, de igual forma desarrolla competencias disciplinares al analizar relaciones entre variables, construir modelos matemáticos e



interpretar las soluciones de planteamientos de su entorno, con lo anterior expuesto se está contribuyendo directamente al desarrollo del perfil del egresado.

El contenido del programa de Modelos Matemáticos está estructurado en las siguientes unidades:

**Unidad I: Introducción a modelos matemáticos**

Se abordan los mecanismos necesarios para convertir números decimales a binarios y viceversa, métodos de solución de sistemas de  $n$  ecuaciones lineales  $x$   $n$  incógnitas y aplicar números complejos en la solución de problemas.

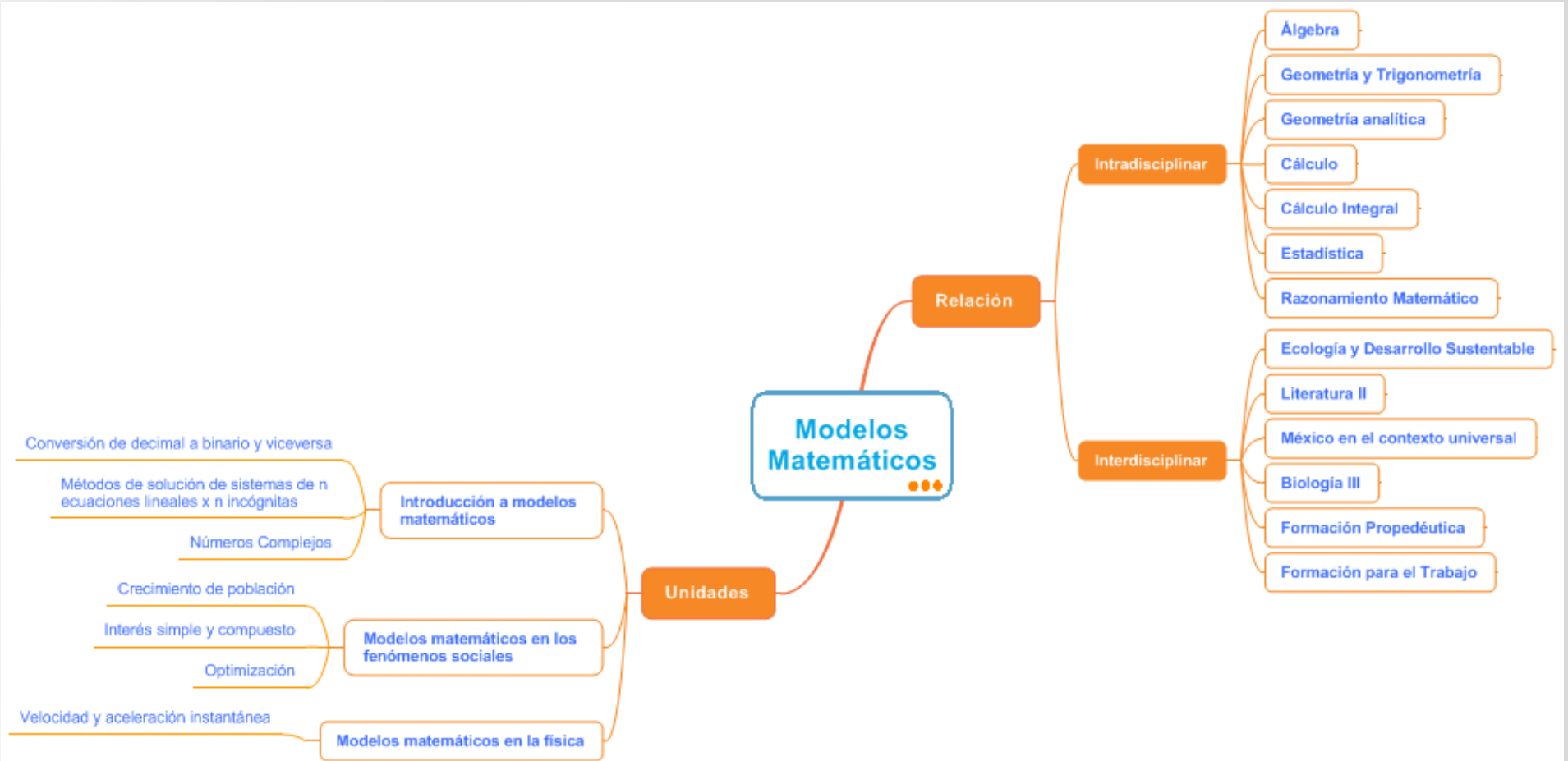
**Unidad II: Modelos Matemáticos de los fenómenos sociales**

Otorga los elementos para la construcción de modelos matemáticos de fenómenos como el crecimiento poblacional, densidad de población, interés compuesto y optimización para describir el comportamiento futuro de tales fenómenos o en la toma de decisiones y así mejorar el aprovechamiento de recursos.

**Unidad III: Modelos Matemáticos de las Ciencias Experimentales**

Aborda actividades constructivas para analizar el comportamiento de fenómenos naturales a través de planteamiento de ejercicios que conducen a Modelos de Movimientos para describir la Velocidad y la Aceleración Instantánea.





## COMPETENCIAS

El presente programa contribuye particularmente al desarrollo de las siguientes competencias:

### GENÉRICAS

Escucha interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas.

- Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Ordene información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.

Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.

- Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.
- Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

- Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.

Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

- Propone manera de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
- Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

### DISCIPLINARES EXTENDIDAS

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.



## RESULTADOS DE APRENDIZAJE DEL CURSO

Los alumnos:

### En el nivel Atender:

- Identificarán distintos fenómenos sociales, naturales y físicos de su entorno.
- Identificarán las distintas variables de un fenómeno social, natural y físico de su entorno.

### En el nivel Entender:

- Relacionarán las diferentes variables de un fenómeno social, natural y físico de su entorno para la comprensión de los mismos.
- Concebirán modelos matemáticos de un fenómeno social, natural y físico de su entorno.

### En el nivel Juzgar:

- Analizarán el comportamiento de distintos fenómenos a través de su modelo matemático.
- Argumentarán la importancia de aplicar modelos matemáticos, para la descripción de un fenómeno social, natural y físico de su entorno.
- Verificarán la confiabilidad de la aplicación de un modelo matemático para la descripción de un fenómeno.

### En el nivel Valorar:

- Asumirán la importancia de la aplicación de modelos matemáticos en fenómenos sociales, naturales y físicos para inferir resultados.
- Construirán modelos matemáticos para valorar el comportamiento de los fenómenos sociales, naturales y físicos.



## UNIDAD I. INTRODUCCIÓN A MODELOS MATEMÁTICOS

### Resultados de aprendizaje

#### En el nivel Atender, el alumno:

- Identificará números binarios como la representación de números reales así como las variables en los sistemas de ecuaciones lineales  $N \times N$  y números complejos.

#### En el nivel Entender, el alumno:

- Conocerá la forma de convertir números decimales a binarios y viceversa
- Comprenderá los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales  $N \times N$  y números complejos.

#### En el nivel Juzgar, el alumno:

- Comprobará la confiabilidad de conversión de números decimales a binarios y su manera inversa, en la solución de problemas.
- Verificará la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $N \times N$  y números complejos en la resolución de problemas.

#### En el nivel Valorar, el alumno:

- Ejecutará con la tabla del código ASCII la conversión de elementos de números, nombres y conversiones a binarios así como su discrepante.
- Deliberará sobre la utilidad de los sistemas de ecuaciones lineales  $N \times N$  y los números complejos en problemas de su entorno.

Horizonte de Búsqueda	Niveles de Operación de la Actividad Consciente Intencional			Actividades específicas de aprendizaje Que el alumno:
	Para la inteligencia	Para la reflexión	Para la deliberación	
<b>CONVERSIÓN DE DECIMAL A BINARIO Y VICEVERSA</b>	¿Qué es un número binario?	¿Cómo se convierte un número decimal en número binario y viceversa?	¿Para qué se utiliza la conversión de un número decimal a binario?	<p>En equipo encuentre las siguientes equivalencias anotando en su libreta de apuntes:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>40 m, 200 m, 2 km, 5km, a pies</li> <li>10 kg, 30 kg, 70 kg, 50 kg a Libra</li> <li>25°C, 35°C, 40°C, 50°C a ° Fahrenheit</li> <li>150, 100 a números binarios</li> <li>10010110<sub>2</sub>, 01100100<sub>2</sub> a números decimales.</li> </ol> <p>Y presente al resto del grupo los resultados que obtuvo, explicando el procedimiento que utilizó para encontrarlos.</p> <p>Busque en distintas fuentes de información o en la web sobre los números binarios, la forma de convertir números decimales a binarios y de binarios a decimales, así como sus aplicaciones, registre su información en un cuadro sinóptico.</p> <p>Analice en trabajo colaborativo de 3 integrantes el proceso de conversión de números decimales a binarios y viceversa y lo Aplique en los siguientes ejercicios:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Convierta los siguientes números decimales a</li> </ol>





				<p>binarios:</p> <p>a) 85, 120, 190, 210, 300,350, 500, 600, 800, 1250.</p> <p>2) Convierta los siguientes números binarios a decimales:</p> <p>a) 10010110, 01100100, 11110000, 101110010, 111101010.</p> <p>3) Escriba en binario su nombre y la de 4 compañeros.</p> <p>Discuta en un ambiente de tolerancia y respeto la utilidad de los números binarios en a conversión de un sistema a otro, en equipo construya un cuadro de datos del nombre y las edades de los integrantes de su familia, encontrando su equivalencia en números binarios, a partir de ello elabore una síntesis en su libreta de apuntes acerca de la importancia de los números binarios en el lenguaje que usan las computadoras al codificación información.</p>
<p><b>MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE N ECUACIONES LINEALES x N INCÓGNITAS</b></p>	<p>¿Qué es un sistema de ecuaciones lineales de n ecuaciones x n incógnitas?</p>	<p>¿Cómo se resuelven los sistemas de ecuaciones lineales de n ecuaciones x n incógnitas?</p>	<p>¿Qué utilidad tienen los sistemas de n ecuaciones lineales x n incógnitas?</p>	<p>En equipo encuentre el valor de las variables solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:</p> <p>A) <math>\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 5x - 2y = 13 \end{cases}</math>      B) <math>\begin{cases} 5x + 7y = 6 \\ -3x + 4y = -24 \end{cases}</math></p> <p>C) <math>\begin{cases} x + 4y - z = 6 \\ 2x + 5y - 7z = -9 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}</math>      D) <math>\begin{cases} x + 4y - z + w = 6 \\ 2x + 5y - 7z - w = -9 \\ 3x - 2y + z - 3w = 2 \\ -2x + 4y - 2z + 2w = -7 \end{cases}</math></p> <p>Presente al resto de los equipos los resultados y el procedimiento que utilizó para obtener lo solicitado, argumente cada una de sus aportaciones. Busque en distintas fuentes de información y en la web sobre los sistemas de ecuaciones lineales n x n, cálculo de determinantes por el método de Sarrus, la regla de Cramer, el método de Gauss-Jordán y con la información recabada en equipo, elabore en una tabla</p>



comparativa de métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales  $n \times n$ .

Muestre al grupo la tabla comparativa, analizando formas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales  $n \times n$ , si es necesario complementela con las aportaciones de sus compañeros.

Resuelva apoyándose en la tabla de la actividad anterior los siguientes ejercicios:

a) Mediante la regla de Cramer solucione:

$$1. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = 6 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 0 \\ x + y - 3z = 4 \\ 3x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y + z = -2 \\ x - 6y + 3z = -2 \\ 3x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$$

b) Por el método de Gauss-Jordán de solución a:

$$1) \begin{cases} x + 3y + 3z = 7 \\ 2x + y + z = 4 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 3y + 3z = 7 \\ 2x + y + z = 4 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$



$$3) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = -2 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

- c) Un fabricante produce tres artículos, A, B, C. La utilidad por cada unidad vendida de A, B y C es de \$1, \$2 y \$3, respectivamente. Los costos fijos son de \$17000 por año y los costos de producción por cada unidad son \$4, \$5 y \$7, respectivamente. El año siguiente se producirán y venderán un total 11000 unidades entre los tres productos y se obtendrá una utilidad total de \$25000. Si el costo total será de \$80000, ¿Cuántas unidades de cada producto deberán producirse el año siguiente?

Discuta en equipo acerca de la importancia de los métodos de solución de  $n$  ecuaciones lineales  $x$   $n$  incógnitas para resolver problemas matemáticos  
En equipo resuelva: Una estudiante determinó que tiene suficiente tiempo disponible para asistir a 24 eventos especiales durante el año escolar. Entre los eventos están conciertos, juegos de fútbol y producciones teatrales. Ella siente que mediante un balance ideal le alcanzaría el tiempo si fuera el doble de veces a conciertos que a juegos de fútbol, si el número de conciertos a los que asistiera fuera igual al promedio del número de juegos de fútbol y el número de obras de teatro. Utilice la regla de Cramer para determinar el



				<p>número de juegos de fútbol a los que asistirá para alcanzar este balance ideal. A partir de ello comente la utilidad de los métodos de solución de ecuaciones lineales de <math>n</math> ecuaciones x <math>n</math> incógnitas para resolver problemas reales, realice una ficha de síntesis y/o conclusión.</p>
<p><b>NÚMEROS COMPLEJOS</b></p>	<p>¿Qué es un número complejo?</p>	<p>¿Qué ventajas tiene resolver ejercicios matemáticos con números complejos?</p>	<p>¿Qué importancia tiene utilizar números complejos en problemas prácticos?</p>	<p>Resuelva las siguientes operaciones :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{16}, \sqrt[3]{8}</math></li> <li><math>\sqrt{-1}, \sqrt{-4}, \sqrt{-9}</math></li> <li>Encuentre las raíces solución de la ecuación <math>x^2 + 9 = 0</math>.</li> </ol> <p>Muestre a sus compañeros sus resultados argumentado el procedimiento que utilizó para obtenerlos. Busque en distintas fuentes bibliográficas o en la web sobre el concepto de los números complejos, forma binómica, representación gráfica, operaciones básicas, forma polar, trigonométrica y aplicación de números complejos, registre su información en una tabla a manera de formulario.</p> <p>Presente en equipo al resto del grupo el formulario de la actividad anterior, razonando la manera de utilizar los números complejos en la solución de ejercicios y complemente su tabla con los comentarios argumentados de sus compañeros.</p> <p>Resuelva en equipo los siguientes ejercicios apoyándose del formulario anterior:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Resuelva los siguientes ejercicios:             <ol style="list-style-type: none"> <li><math>(2 + i)^4</math></li> <li><math>(1 + i)^3</math></li> <li><math>\frac{(1 + i)^2}{(4 + i)}</math></li> </ol> </li> <li>Resuelva las ecuaciones siguientes:             <ol style="list-style-type: none"> <li><math>x^2 + 1 = 0</math></li> </ol> </li> </ol>



2.  $x^2 + 4 = 0$

3.  $2x^2 - 4x + 5 = 0$

- c) El número complejo  $3 - 2i$  es una raíz de una ecuación de segundo grado. ¿De qué ecuación se trata?
- d) Expresa en forma polar el número complejo  $2 + 2i$
- e) Expresa en forma binómica el número complejo  $z = (4)_{60^\circ}$
- f) Represente la curva  $y = x^4 + 16$  y calcule todas las raíces de la ecuación  $x^4 + 16 = 0$ . Sacar una conclusión en relación con la gráfica dibujada.
- g) Si la ley de ohm es  $I = \frac{V}{Z}$  para la corriente eléctrica alterna,  $V$  es el voltaje y la impedancia se determina por  $Z = \sqrt{R^2 + iX_L^2}$  en donde  $R$  es la resistencia pura (parte real),  $iX_L$  es la reactancia inductiva (parte imaginaria), encuentre la corriente consumida por su televisión si el Voltaje es 127 volts, la resistencia es de 30 ohm y su reactancia inductiva es de 40 ohm.

Dialogue de manera grupal sobre la importancia de los números complejos en la solución de problemas con valores imaginarios que no están incluidos en el campo de los números reales. Resuelva en equipo lo siguiente: Determine el valor de la corriente consumida por su teléfono celular al recargar la batería si lo conecta a una fuente de 127 volts, la resistencia que tiene su teléfono es de 60 ohm y su reactancia inductiva es de 90 ohm, a partir de ello comente la importancia de utilizar números complejos en la solución de problemas del campo de la ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones, realice una ficha de síntesis.



## EVALUACIÓN

CONOCIMIENTOS	PROCESOS Y PRODUCTOS	DESEMPEÑO ACTITUDINAL CONSCIENTE
<p>El alumno demuestre la apropiación de lo siguiente:</p>	<p>El alumno evidencie los procesos y la obtención de los siguientes productos:</p>	<p>El alumno manifieste los siguientes valores y actitudes:</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversión de números decimales a números binarios y viceversa.</li> <li>• Métodos de solución de sistemas de <math>n</math> ecuaciones lineales <math>x</math> <math>n</math> incógnitas.</li> <li>• Números complejos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Equivalencias</li> <li>• Cuadro sinóptico de formas conversión de decimales a binarios y viceversa.</li> <li>• Conversión de decimales a binarios y viceversa.</li> <li>• Tabla comparativa de métodos de solución de <math>n</math> ecuaciones lineales <math>x</math> <math>n</math> incógnitas.</li> <li>• Solución de ecuaciones lineales por método de Gauss-Jordan y regla de Cramer.</li> <li>• Solución de problemas cotidianos por sistemas de ecuaciones lineales <math>n</math> <math>x</math> <math>n</math>.</li> <li>• Formulario de números complejos.</li> <li>• Solución de problemas de números complejos.</li> <li>• Síntesis de números binarios, complejos y ecuaciones de lineales <math>n</math> <math>x</math> <math>n</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto</li> <li>• Tolerancia</li> <li>• Colaboración</li> <li>• Responsabilidad</li> <li>• Puntualidad en la entrega de trabajos y proyectos.</li> <li>• Participación</li> <li>• Disposición ante el trabajo de equipo.</li> </ul>



## UNIDAD II. MODELOS MATEMÁTICOS EN LOS FENÓMENOS SOCIALES

### Resultados de aprendizaje

#### En el nivel Atender, el alumno:

- Identificará fenómenos sociales de su entorno.
- Identificará las distintas variables que intervienen en un fenómeno social.

#### En el nivel Entender, el alumno:

- Conceptualizará el fenómeno social a través de un modelo matemático
- Relacionará las diferentes variables de un fenómeno social.

#### En el nivel Juzgar, el alumno:

- Analizará el comportamiento de fenómenos sociales a través de su modelo matemático.
- Comprobará la confiabilidad del uso de un modelo matemático en la descripción de un fenómeno social.

#### En el nivel Valorar, el alumno:

- Concluirá la importancia de la aplicación de modelos matemáticos en fenómenos sociales, para inferir su comportamiento.
- Diseñará y aplicará modelos matemáticos de fenómenos sociales para describir su comportamiento.

Horizonte de Búsqueda	Niveles de Operación de la Actividad Consciente Intencional			Actividades específicas de aprendizaje Que el alumno:
	Para la inteligencia	Para la reflexión	Para la deliberación	
<b>CRECIMIENTO DE POBLACIÓN</b>	¿Qué es el crecimiento poblacional?	¿Cómo se obtiene un modelo matemático del crecimiento poblacional?	¿Qué importancia tiene obtener un modelo matemático para describir el crecimiento poblacional?	<p>Considere en equipo que en un potrero hace 5 años había una población de 400 ejemplares de bovinos, cada año fue aumentando de la siguiente manera, a: 430, 460, 490, 520 respectivamente y actualmente son 550 ejemplares, encuentre la expresión que determina el crecimiento de la manada en estos años y determine cuál será la población dentro de 8 años.</p> <p>Presente en equipo al grupo el procedimiento que utilizó para determinar lo solicitado, argumente sus resultados.</p> <p>Consulte en distintas fuentes de información o en la web sobre los conceptos de modelos matemáticos, crecimiento poblacional, funciones, densidad de población, registre su información en un mapa conceptual.</p> <p>Presente en equipo al resto del grupo el mapa conceptual de la actividad anterior, razonando acerca del uso de los modelos matemáticos en el estudio del crecimiento y densidad de la población.</p>



Realice en equipo las siguientes actividades apoyándose de la información del mapa conceptual de la actividad anterior:

- a) Considere que en una pequeña isla de 20000 m<sup>2</sup> habitaban hace 6 años 3000 jabalíes, si el crecimiento anual de la manada fue constante y actualmente son 4800 jabalíes, encuentre:
  1. El modelo matemático de crecimiento poblacional de los jabalíes.
  2. ¿Cuántos jabalíes habrá en la isla dentro de 30 años?
  3. Si cada Jabalí necesita un espacio de 20 m<sup>2</sup> para sobrevivir, ¿En cuántos años la isla ya no podrá sostener a la manada de jabalíes?
- b) Si la población de Jaguares en la selva Lacandona de hace 50 años era de 25000 ejemplares, por la cacería no controlada actualmente existen solo 10000 ejemplares y si la desaparición fue constante anualmente, encuentre:
  1. El modelo matemático que representa el decrecimiento poblacional de esta especie.
  2. Suponiendo que la situación sigue igual, cuantos ejemplares habrá dentro de 10 años.
  3. Si no se hace nada para evitar el decrecimiento, en cuantos años desaparecería esta especie.

Debata en equipo sobre la utilidad de los modelos matemáticos en el estudio de crecimiento poblacional y realice la siguiente actividad:

Consulte en equipo la página del INEGI, o en otras fuentes de información, el número de la población estimada de México entre el año 1980 a 2007, registre su información en una tabla de datos especificando el año, la población y los cambios de población por año, a partir de esta información encuentre un modelo





				<p>matemático que indica el crecimiento poblacional en México y determine cuál será la población estimada en nuestro país para el año 2020. A partir de ello comente la importancia de la construcción de un modelo matemático para estimar el crecimiento o decrecimiento de una población a futuro, visualizando que éste sirve para la toma de decisiones dentro de la planeación urbana en diferentes aspectos, tales como la administración de recursos económicos, naturales, territoriales, etc. y elabore un resumen.</p>
<p><b>INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO</b></p>	<p>¿Qué es el interés simple y compuesto?</p>	<p>¿Qué ventajas tiene obtener un modelo para calcular interés compuesto?</p>	<p>¿Qué implicaciones tiene aplicar modelos de interés compuesto?</p>	<p>Considere que deposita \$50 en una caja de ahorro, si esta caja le paga 5% anual de su dinero por periodos de tiempo, determine:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. El modelo matemático que indica la cantidad de dinero que tiene al final del primer año.</li> <li>2. El modelo matemático que indique la cantidad de dinero que tenga al final del primer año si se le capitaliza el porcentaje dos veces por año, es decir 2.5% cada seis meses.</li> </ol> <p>Presente al grupo los resultados y argumente el procedimiento que utilizó para obtenerlos. Averigüe en distintas fuentes bibliográficas o en la web sobre los modelos matemáticos de interés simple y compuesto, valor presente y amortización de préstamos, registre su información en un cuadro sinóptico. Exponga en equipo al resto de sus compañeros el cuadro sinóptico de la actividad anterior, demostrando cómo un modelo matemático permite el cálculo de interés simple o compuesto, complemente su cuadro con las aportaciones de los demás equipos. Realice en equipo apoyándose del cuadro de la actividad anterior las siguientes actividades:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) El Banco Robotronic ofrece préstamos de \$1,000 cobrando una tasa de interés del 48% anual, capitalizado doce veces. Si no tuviese el capital para realizar los pagos mensuales. ¿A cuánto ascendería la deuda al finalizar el año?</li> </ol>



				<p>Encuentre el modelo matemático que resuelve el problema.</p> <p>b) ¿A cuánto ascenderá \$2000 en 8 años, si se invirtieron a una tasa efectiva de 6% durante los primeros 4 años y de ahí en adelante al 6% compuesto semestralmente? Encuentre el modelo matemático que resuelve el problema.</p> <p>c) Una deuda de \$3000 se debe pagar dentro de 6 años a partir de ahora, pero en lugar de eso será saldada por medio de tres pagos: \$500 ahora, \$1500 dentro de 3 años y un pago final al término de 5 años, encuentre el modelo matemático que determine como será este pago si se supone un interés de 6% compuesto anualmente.</p> <p>Comente con el grupo acerca de las ventajas que tiene el uso de los modelos matemáticos en la solución de problemas de interés simple y compuesto. Realice en equipo la siguiente actividad: Considere que su Papá tiene una deuda de \$6000 que debe pagarse dentro de 3 años y otra de \$8000 a 4 años, si las dos deudas serán saldadas por \$1000 ahora, \$3500 dentro de dos años y un pago final al término de los 4 años, ¿Cuál será el modelo matemático que ayude a determinar el último pago si la tasa de interés compuesto es de 8% semestralmente? A partir de la solución analice las consecuencias que se derivan al solicitar tarjetas de crédito o préstamos bancarios. Elabore una ficha de síntesis.</p>
<p><b>OPTIMIZACIÓN</b></p>	<p>¿Qué es optimizar?</p>	<p>¿Cómo se construye un modelo de optimización?</p>	<p>¿En qué situaciones prácticas, son de gran utilidad los modelos de optimización?</p>	<p>Considere que necesita construir una caja rectangular abierta con base cuadrada y un volumen de <math>32000 \text{ cm}^3</math> en donde guardará material importante para un trabajo de fin de semestre. Encuentre el modelo matemático que lo ayudarán a determinar las dimensiones de la caja que requiera la menor cantidad de material posible a utilizar.</p> <p>Presente al grupo sus resultados y argumente el</p>

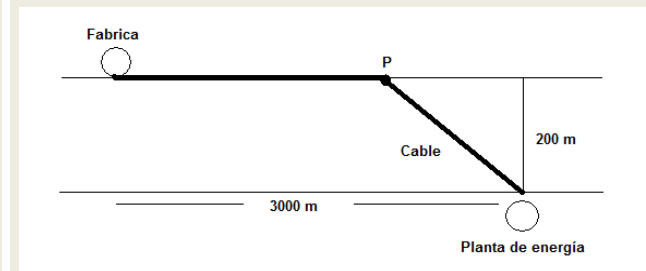


procedimiento que utilizó para encontrarlo. Indague en distintas fuentes bibliográficas o en la web información acerca de optimización; retome la información de Criterios de la derivada y extremos de funciones de la materia de Cálculo y regístrela en una tabla a manera de formulario.

Compare con el resto del grupo su formulario y analice la forma de construir un modelo de optimización, complemente su información con las aportaciones de sus compañeros.

Resuelva en equipo los siguientes problemas de optimización apoyándose del formulario de la actividad anterior:

- a) Una empresa desea tender un cable desde una planta de energía situada a un lado de un río de 200 metros de ancho hasta una fábrica situada al otro lado, a 3000 metros agua abajo. El costo del tendido del cable a través del agua es de \$5.00 por metro, mientras que el costo sobre tierra es de \$4.00 por metro, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la ruta más económica sobre la cual puede tenderse el cable?



- b) Si el número de turistas que hacen un recorrido en autobús a una ciudad es exactamente 30; una empresa cobra \$200 pesos por persona, por cada persona adicional a las 30, se



reduce \$10 pesos el cobro. ¿Cuál es el número de turistas que debe llevar el autobús para maximizar los ingresos de la empresa?

Comente en equipo sobre la importancia de conocer modelos matemáticos de optimización para resolver problemas del entorno; resuelva el siguiente problema: Suponga que su Papá tiene una empresa arrendadora de camiones y obtiene una ganancia de \$1500 pesos por camión al rentar 50 unidades. Debido a que se incrementan los costos de mantenimiento y los pagos a los empleados, su empresa deja de ganar 50 pesos por camión rentado después de las 50 unidades. Determine el número de unidades que deben de alquilarse para que la ganancia sea máxima. ¿Cuál es el monto? A partir de ello explique la utilidad de los modelos matemáticos de optimización para el ahorro de costos, recursos materiales, humanos y de tiempo, registre sus comentarios en una ficha de conclusión.



## EVALUACIÓN

CONOCIMIENTOS	PROCESOS Y PRODUCTOS	DESEMPEÑO ACTITUDINAL CONSCIENTE
<p>El alumno demuestre la apropiación de lo siguiente:</p>	<p>El alumno evidencie los procesos y la obtención de los siguientes productos:</p>	<p>El alumno manifieste los siguientes valores y actitudes:</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo Matemático.</li> <li>• Crecimiento poblacional</li> <li>• Interés simple y compuesto</li> <li>• Optimización.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mapa conceptual de crecimiento y densidad poblacional.</li> <li>• Solución de problemas de crecimiento de población.</li> <li>• Resumen de modelos matemáticos en el crecimiento de la población</li> <li>• Cuadro sinóptico de interés simple y compuesto.</li> <li>• Solución de problemas de interés simple y compuesto.</li> <li>• Síntesis de interés simple y compuesto.</li> <li>• Formulario de optimización.</li> <li>• Creación de modelos matemáticos en la solución de problemas de optimización.</li> <li>• Ficha de trabajo de optimización</li> <li>• Realización o interpretación de gráficos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto</li> <li>• Tolerancia</li> <li>• Colaboración</li> <li>• Responsabilidad</li> <li>• Puntualidad en la entrega de trabajos y proyectos.</li> <li>• Participación</li> <li>• Disposición ante el trabajo de equipo.</li> </ul>



### UNIDAD III. MODELOS MATEMÁTICOS EN LA FÍSICA

#### Resultados de aprendizaje

##### En el nivel Atender, el alumno:

- Observará los fenómenos físicos de su entorno.
- Identificará las distintas variables que intervienen en un fenómeno físico.

##### En el nivel Entender, el alumno:

- Conceptualizará el fenómeno físico a través de un modelo matemático
- Relacionará las diferentes variables de un fenómeno físico.

##### En el nivel Juzgar, el alumno:

- Analizará el comportamiento de fenómenos físicos a través de su modelo matemático.
- Comprobará la confiabilidad del uso de un modelo matemático en la descripción de un fenómeno físico.

##### En el nivel Valorar, el alumno:

- Concluirá la importancia de la aplicación de modelos matemáticos en la descripción de fenómenos físicos.
- Valorará la utilidad de diseñar un modelo matemático como un instrumento confiable que describa los fenómenos físicos de su entorno.

Horizonte de Búsqueda	Niveles de Operación de la Actividad Consciente Intencional			Actividades específicas de aprendizaje Que el alumno:
	Para la inteligencia	Para la reflexión	Para la deliberación	
<b>VELOCIDAD Y ACCELERACIÓN INSTANTÁNEA</b>	¿Qué es velocidad y aceleración instantánea?	¿Con qué argumentos demuestras la forma de calcular la velocidad y aceleración instantánea?	¿En qué situaciones se aplica la velocidad y aceleración instantánea?	<p>Lleve puesto a la escuela ropa deportiva y realice en equipo las siguientes actividades:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Los dos compañeros corran sobre el campo de fútbol de su escuela 2000 metros tomándose el tiempo que tardan, registre la información en una tabla de datos.</li> <li>Encuentre la velocidad media de cada uno de sus compañeros con respecto a la distancia total recorrida.</li> <li>Encuentre la velocidad instantánea de cada uno de sus compañeros en 150, 500, 1500, 1900 metros, registre su información en la tabla anterior.</li> </ol> <p>Comente al resto de los equipos el procedimiento que utilizó para encontrar lo solicitado. Indague en distintas fuentes bibliográficas o en la web sobre los conceptos de velocidad y aceleración media e instantánea, el movimiento y la derivada así como el movimiento y la integral, registre su información en un</p>



cuadro comparativo de movimiento con la derivada y movimiento con la integral.

Exponga en equipo al grupo la tabla comparativa de la actividad anterior y complémntela con las aportaciones de sus compañeros.

Encuentre en equipo apoyándose de la tabla de la actividad anterior el modelo matemático que resuelve cada uno los siguientes problemas:

- a) Un objeto baja deslizándose por una cuesta (rampa) de 256 metros de largo, cuya inclinación es de  $30^\circ$ . ¿Cuál es la velocidad y la aceleración al pie de la rampa?
- b) Un participante en una carrera de carritos hechos de cajas de jabón rueda cuesta abajo en una pendiente de una rampa que es parte de un triángulo rectángulo de 400 pies de largo por 300 pies de alto, ¿Cuáles son la velocidad y la aceleración del carrito al final de la pendiente?
- c) Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba desde el nivel del suelo, con una velocidad inicial de 49 m/s.
  1. ¿Cuál es la velocidad a los  $t= 2$  s?
  2. ¿Cuál es la máxima altura alcanzada por el proyectil?
  3. ¿Cuánto dura el proyectil en el aire?
  4. ¿Cuál es su velocidad de impacto?
- d) Una pelota de tenis es tirada verticalmente hacia abajo desde una altura de 54 pies, con una velocidad inicial de 8 pies/s. Si golpea en la cabeza a una persona de 6 pies de altura, ¿Cuál es su velocidad de impacto?

Participe con respeto y tolerancia en un foro de discusión a cerca de la utilidad de generar modelos matemáticos para resolver problemas de movimiento referidos al campo experimental de la Física, encuentre en equipo el modelo matemático que resuelve el siguiente problema: Su hermano y usted están jugando



a lanzarse malvaviscos, si su hermano se sube a un pino y le lanza un malvavisco verticalmente con una velocidad inicial de 12 m/s desde la copa del pino que está situado a 35 m del suelo, el malvavisco pega en su cabeza y usted mide 1.70 m, ¿Cuál es la velocidad de impacto con la que recibe el malvavisco? A partir de ello analice que en la mayoría de los casos, los objetos en la naturaleza no siguen una trayectoria en línea recta, y por lo tanto, es necesario hacer una descripción mediante modelos matemáticos óptimos concluyendo la importancia de los modelos de movimiento para el desarrollo de la tecnología, en el deporte, en las comunicaciones, medios de transporte y realice una síntesis en su libreta de apuntes.

## EVALUACIÓN

CONOCIMIENTOS	PROCESOS Y PRODUCTOS	DESEMPEÑO ACTITUDINAL CONSCIENTE
<p>El alumno demuestre la apropiación de lo siguiente:</p>	<p>El alumno evidencie los procesos y la obtención de los siguientes productos:</p>	<p>El alumno manifieste los siguientes valores y actitudes:</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Velocidad y aceleración instantánea.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabla de datos de velocidades de sus compañeros.</li> <li>• Tabla comparativa de derivada y movimiento e integral y movimiento.</li> <li>• Creación de modelos matemáticos al solucionar problemas de velocidad y aceleración</li> <li>• Derivadas de funciones</li> <li>• Integral de funciones</li> <li>• Realización de gráficos</li> <li>• Síntesis de la importancia de los modelos matemáticos de movimiento.</li> <li>• Libreta de apuntes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Respeto</li> <li>• Tolerancia</li> <li>• Colaboración</li> <li>• Responsabilidad</li> <li>• Puntualidad en la entrega de trabajos y proyectos.</li> <li>• Participación</li> <li>• Disposición ante el trabajo de equipo.</li> </ul>





## METODOLOGÍA

Si consideramos al método como: *El conjunto de operaciones recurrentes e interrelacionadas que producen resultados acumulativos y progresivos*, se plantea, desde una perspectiva humanista, una metodología que dirija la práctica docente en los cuatro niveles de consciencia del Método Trascendental a la activación de los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Para lograr esa activación, el profesor debe conducir en todo momento el aprendizaje hacia la autoapropiación del proceso por medio de la actividad consciente del alumno. El papel conductor del maestro consiste en la selección y ordenamiento correcto de los contenidos de enseñanza, en la aplicación de métodos apropiados, en la adecuada organización e implementación de las actividades, y en la evaluación sistemática durante los procesos de enseñanza y aprendizaje. Precisamente por eso, la metodología más que exponer y sistematizar métodos, se esfuerza en proporcionar al profesor los criterios que le permiten justificar y construir el método que responda a las expectativas educativas que cada situación didáctica le plantea.

En los programas, la metodología debe adecuarse a los cuatro niveles de consciencia del Método Trascendental:

**Atenta.** Que promueva la recuperación de datos conocimientos previos.

**Inteligente.** Que promueva la generación y manejo de datos y conceptos.

**Crítica.** Que promueva la generación de juicios de hechos y la participación crítica y reflexiva.

**Libre-responsable.** Que promueva la generación de juicios de valor, toma de decisiones.

### Criterios generales para convertir la práctica docente en:

<p><b>Atenta</b></p>	<p><b>El docente:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica el contexto social en que está inmersa la comunidad educativa.</li> <li>• Considera el horizonte actual de cada alumno: (conocimiento, contexto, habilidades, etc.)</li> <li>• Observa la diversidad cultural de los alumnos.</li> <li>• Detecta las necesidades educativas de la comunidad y de los actores que forman parte de ella.</li> <li>• Revisa los planes y programas de estudios.</li> <li>• Ubica el curso en relación con el plan de estudios, la organización de la institución (aspectos operativos), y las características y expectativas del grupo.</li> <li>• Reconoce las propias competencias.</li> </ul>
<p><b>Inteligente</b></p>	<p><b>El docente:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone los resultados de aprendizaje del curso con base en el análisis del entorno (horizonte global).</li> <li>• Planea cada sesión o secuencia didáctica (las actividades) para hacer eficiente el proceso educativo, fortaleciéndolas con investigación o consultas a diversas fuentes de información que le permiten afianzar el manejo de contenidos y facilitan las actividades del aula.</li> <li>• Diseña técnicas grupales que propician el trabajo colaborativo.</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Motiva al alumno, a través de estrategias que logran despertar su interés.</li> <li>• Selecciona previamente los materiales (lecturas, copias u otros) para el trabajo de cada sesión.</li> <li>• Promueve la interdisciplinariedad.</li> <li>• Guía los procesos en forma contingente.</li> <li>• Entiende la función docente como guía, orientación, acompañamiento.</li> </ul>
<p><b>Crítica</b></p>	<p><b>El docente:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece relaciones interpersonales adecuadas, que estimulan la apropiación de conceptos, significados y valores.</li> <li>• Ejerce su papel de mediador, orientador, facilitador y guía.</li> <li>• Fortalece las habilidades, destrezas y actitudes de los estudiantes logrando su autonomía.</li> <li>• Analiza las situaciones que obstaculizan o impiden el logro de los objetivos.</li> <li>• Evalúa en forma continua los conocimientos procesos, productos y el desempeño actitudinal consciente (alumno_ docente) con instrumentos apropiados que le permiten tomar decisiones oportunas.</li> </ul>
<p><b>Libre - Responsable</b></p>	<p><b>El docente:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoevalúa periódicamente su práctica docente.</li> <li>• Delibera sobre los resultados del proceso educativo asumiendo su responsabilidad.</li> <li>• Se reconoce como sujeto de aprendizaje y propone innovaciones a los procesos de enseñanza y aprendizaje.</li> <li>• Valora la importancia de los procesos de enseñanza y aprendizaje como medios para favorecer el crecimiento y desarrollo del ser humano.</li> </ul>



## EVALUACIÓN

Como parte del proceso de aprendizaje, la evaluación se realiza antes de iniciar la implementación del programa de estudios. La Evaluación Diagnóstica tiene la finalidad de detectar las necesidades específicas de los estudiantes, de acuerdo al contexto y además, señala pautas para la adecuada planeación didáctica por parte del docente. El resultado de esta evaluación no se traduce en una calificación para el alumno, sino en fortalezas y oportunidades de aprendizaje, asimismo, se realiza al inicio de cada semestre de manera obligatoria.

En las secuencias didácticas que se presentan como modelo para cada horizonte de búsqueda, hay sugerencias implícitas o explícitas para realizar la Coevaluación y la Autoevaluación que permiten desarrollar las competencias de los estudiantes y al mismo tiempo, arrojan datos sobre la calidad y cantidad de los resultados de aprendizaje que se van alcanzando, es decir, se aplican los fundamentos de la Evaluación Formadora.

La heteroevaluación continua aporta información importante tanto para el docente como para el estudiante, permite la retroalimentación y por ello incide tanto en el proceso de enseñanza como en el de aprendizaje.

El Modelo de Evaluación para Bachillerato General Estatal (MOEVA) establece que la evaluación se realizará en tres ejes:

- Conocimientos, que se refiere a la dominación y apropiación de hechos, definiciones, conceptos, principios, ideas, datos, situaciones, teorías, postulados.
- Procesos y Productos, evalúa la calidad de los procesos en la autoconstrucción del aprendizaje, evidenciando los mismos en productos concretos.
- Desempeño Actitudinal Consciente, evalúa las actividades racionales que realiza el estudiante de manera intencional en las que están presentes las actitudes que permiten la asunción de valores y la personalización de las normas hacia una progresiva y auténtica humanización del hombre.

Cada eje tiene precisados, como puede verse en cada columna del apartado de evaluación de cada unidad, los elementos que pueden evaluarse, para que de manera integral se dé lugar a la Evaluación Sumativa.

### Instrumentos sugeridos:

Los siguientes instrumentos pueden utilizarse dependiendo del énfasis que pretenda darse a cada eje de evaluación. Para mayor referencia se recomienda acudir al Manual del MOEVA.

<b>Conocimientos</b>	Uno o varios de los siguientes instrumentos: Escala valorativa ordinal, Escalas valorativa numérica, Prueba objetiva, Exposición oral, Resolución de problemas, Mapa mental, Mapa conceptual, Lista de palabras, Tabla lógica.
<b>Procesos y productos</b>	Uno o varios de los siguientes instrumentos: V Heurística, Método de casos, Proyecto parcial de unidad, Diario de asignatura, Portafolios de productos, Lista de cotejo de productos, Reportes escritos, Cuadernos de trabajo, Periódicos murales, Rejillas de conceptos, Cuadros de doble entrada, Cuadros sinópticos, Fichas de trabajo (síntesis y/o resumen), Estudios de campo, Dibujos y/o collages.
<b>Desempeño Actitudinal Consciente</b>	Uno o varios de los siguientes instrumentos: Guía de observación, Entrevista dirigida semiestructurada, Encuestas, Registro acumulativo, Lista de control, Escala de Likert, Escala de Thurstone, Escala de producción, Rúbrica.



## LISTA DE REFERENCIAS

### Bibliografía Básica

- ZILL, D. G. (1987). *Cálculo con Geometría Analítica*. México D. F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- HAEUSSELER JR. Ernest, S. PAUL, Richard. (2003) *Matemáticas para administración y economía*, México. Pearson Prentice Hall
- BALABASQUER, G. (1994). *El concepto de derivada y sus aplicaciones*, Madrid, España: Torrejón de Ardoz.
- BATSCHELET, E. (1998). *Matemáticas básicas para biocientíficos*. Madrid, España: Dossat.
- BUECHE, Frederick. (1982) *Física General*. México D. F. McGraw-Hill.
- HEMMERLING, E. (1988). *Geometría Elemental*. (Primera Edición). México D. F., México: Editorial Limusa.
- LARSON, R. y HOSTETLER, R. (1995). *Cálculo*. Bogotá., Colombia: Mc Graw Hill
- LEHMAN, M. (1986). *Lecciones de Cálculo I*, México D. F., México: Fondo Educativo Interamericano.
- LEHMAN, M. (1986). *Lecciones de Cálculo II*, México D. F., México: Fondo Educativo Interamericano.
- LIVIO Mario (2006) *La proporción áurea, la historia de Phi, el número más enigmático del mundo*. España. Ariel editores.
- MENDENHALL, William. (1987). *Introducción a la Probabilidad y la Estadística*. México D. F. Grupo Editorial Iberoamérica.
- NORTHROP, Eugene P. (1960), *Paradojas matemáticas*, México, Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana.
- PEÑA, José Antonio De la, (1999) *Álgebra en todas partes*, México, Fondo de Cultura Económica.
- PÉREZ M. Héctor (1989). *Física I para Bachillerato*, México D. F. Publicaciones Culturales.
- PÉREZ M. Héctor (1989). *Física II para Bachillerato*, México D. F. Publicaciones Culturales.
- PERELMAN, Ya. I. (1965), *Problemas y Experimentos Recreativos*, Moscú, Mir.
- PERELMAN, Ya. I. (1965), *Geometría Recreativa*, Moscú, Mir.
- PURCELL, E. J. (2001). *Cálculo*. (Segunda Edición), México D. F., México: Pearson Educación.
- R Herz-Fischler, (1987) *A mathematical history of division in extreme and mean ratio*, Waterloo, Ontario.
- RESNICK, Halliday, Krane, (1998) *Física* (Cuarta edición), [México](#) D.F., Volumen 2 Editorial: CECSA
- STEWART, J. (1999). *Cálculo Diferencial e Integral*. México D. F., México: Internacional Thomson Editores.
- STEWART, J. y RAMOS, J. (2006). *Cálculo Conceptos y Contextos*. 3ª. Edición, México D. F., México: Thomson.

### Bibliografía Complementaria

- ARTINO, R., GAGLIONE, A. y SHELL, N., (1983). *The Contest Problem Book IV Annual High School Mathematics Examinations*, The Mathematical Association of America, Washintong, D. C., U.S.A.
- BERZSENYI, G. y MAURER, S. (1997). *The Contest Problem Book V Anual High School Mathematics Examinations*. The Mathematical Association of America, Washintong, D. C., U.S.A.



- LEITHOLD, L. (2004). *Cálculo con Geometría Analítica*, (Séptima Edición). Estado de México, México. Editorial Harla.
- REITER, H. (2006) *The Contest Problem Book VII Anual High School Mathematics Examinations*, the Mathematical Association of America, Washintong, D. C., U.S.A.
- SCHNEIDER, J. (2000). *The Contest Problem Book VI Anual High School Mathematics Examinations*, The Mathematical Association of America, Washintong, D. C., U.S.A.
- SWOKOWSKI, E. W. (1982). *Cálculo con Geometría Analítica*. (Segunda Edición). México D. F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.

### Recursos Web

- <http://www.nalejandria.com/archivos-curriculares/matematicas/nota-013.htm>
- <http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.kent/Rincon-C/Curiosid/Rc-25/RC-25.htm>
- <http://www.interactiva.matem.unam.mx/aurea/html/aurea.html>
- <http://www.pauloport.com/Fotografia/Artigos/epropaurea1.htm>
- <http://www.goldenratio.com.ar/>
- <http://rt000z8y.eresmas.net/EI%20numero%20de%20oro.htm>
- <http://valle.fcencias.unam.mx/~lugo/bach1/Intereses/index.html>
- [http://www.elnotarioargentino.com.ar/interes\\_simple\\_e\\_interes\\_compues.htm](http://www.elnotarioargentino.com.ar/interes_simple_e_interes_compues.htm)
- [http://ssfe.itorizaba.edu.mx/industrial/reticula/ingenieria\\_economica/ingenieria%20economica/unidad%201/tema1\\_1\\_2.htm](http://ssfe.itorizaba.edu.mx/industrial/reticula/ingenieria_economica/ingenieria%20economica/unidad%201/tema1_1_2.htm)

